**Нестандартные (нетрадиционные) формы представления чисел**

**Троичная система счисления**

[Позиционная система счисления](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D0%B7%D0%B8%D1%86%D0%B8%D0%BE%D0%BD%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D1%81%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F) с [целочисленным](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A6%D0%B5%D0%BB%D0%BE%D0%B5_%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%BE) основанием, равным 3. Существует в двух вариантах: несимметричная и симметричная.

В несимметричной троичной системе счисления чаще применяются [цифры](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A6%D0%B8%D1%84%D1%80%D1%8B) {0,1,2}, а в троичной симметричной системе счисления знаки {−, 0, +}, {−1, 0, +1}, {,0,1}, {1,0,1}, {i,0,1}, {N, O, P}, {N, Z, P} и цифры {2,0,1}, {7,0,1}. Троичные цифры можно обозначать любыми тремя [знаками](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%BD%D0%B0%D0%BA) {A, B, C}, но при этом дополнительно нужно указать старшинство знаков, например, C> B, B> A.

При поразрядном сравнении троичная система счисления оказывается более ёмкой, чем двоичная система счисления.  
При девяти разрядах двоичный код имеет ёмкость 2^9=512 чисел, а троичный код имеет ёмкость 3^9=19 683 числа, то есть в 3^9/2^9=38,4 раза больше.

Позиционная [целочисленная](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A6%D0%B5%D0%BB%D0%BE%D0%B5_%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%BE) симметричная троичная [система счисления](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D1%81%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F) была предложена итальянским математиком [Фибоначчи](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B8%D0%B1%D0%BE%D0%BD%D0%B0%D1%87%D1%87%D0%B8) (Леонардо Пизанский) (1170—1250) для решения «задачи о гирях».

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Десятичная система | −9 | −8 | −7 | −6 | −5 | −4 | −3 | −2 | −1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Троичная несимметричная | −100 | −22 | −21 | −20 | −12 | −11 | −10 | −2 | −1 | 0 | 1 | 2 | 10 | 11 | 12 | 20 | 21 | 22 | 100 |
| Троичная симметричная | 00 | 01 | 1 | 10 | 11 |  | 0 | 1 |  | 0 | 1 | 1 | 10 | 11 | 1 | 10 | 11 | 10 | 100 |

В троичной симметричной системе счисления знак  можно заменить знаком (не числом) i или 2, а также использовать для троичной симметричной системы счисления знаки {-1, 0, +1} или знаки троичной несимметричной системы {2,0,1}.

**Свойства**

Благодаря тому, что основание 3 нечётно, в троичной системе возможно симметричное относительно нуля расположение цифр: −1, 0, 1, с которым связано шесть ценных свойств:

* Естественность представления отрицательных чисел;
* Отсутствие [проблемы округления](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%9F%D1%80%D0%BE%D0%B1%D0%BB%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D0%BE%D0%BA%D1%80%D1%83%D0%B3%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F&action=edit&redlink=1): обнуление ненужных младших разрядов *округляет* — приближает число к ближайшему «грубому».
* Таблица умножения в этой системе примерно в четыре раза короче, чем в десятичной системе.
* Для изменения знака представляемого числа нужно изменить ненулевые цифры на симметричные.
* При суммировании большого количества чисел значение для переноса в следующий разряд растёт с увеличением количества слагаемых не линейно, а пропорционально [квадратному корню](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%B2%D0%B0%D0%B4%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%BA%D0%BE%D1%80%D0%B5%D0%BD%D1%8C) числа слагаемых.
* По затратам количества знаков на представление чисел она равна троичной несимметричной системе.

**«Фибоначчиевые» системы счисления**

(Использованы материалы из Википедии — свободной энциклопедии)

Существует обоснование (доказательство), что с помощью *p-*чисел Фибоначчи можно представить натуральное число N в виде:

n-1 φ*p*(n-1) + n-2 φ*p*(n-2) + . . . + 0 φ*p*(0),

где *l* {0,1} – двоичная цифра в *l*-м разряде кода; φ*p*(*l*) – вес *l*-го разряда, вычисляемый по рекуррентной формуле

φ*p*(n) = 0 при n<0;

φ*p*(n) = 1 при n=0;

φ*p*(n) = φ*p*(n-1) + φ*p*(n-*p*-1) при n>0, *l* = 0, 1, 2, …, n-1.

**Коды золотой пропорции**

Под "кодами золотой *р*-пропорции" понимается способ позиционного представления действительного числа, когда оно представляется в виде суммы степеней золотой *р*-пропорции **р с двоичными коэффициентами {0, 1}.

Такой способ "двоичного" представления действительных чисел является "естественным" обобщением классического двоичного представления (р = 0); при р = 1 код золотой *р*-пропорции "вырождается" в "Тау-систему", предложенную в 1957 г. американским математиком Бергманом. Наконец, при р = **код золотой *р*-пропорции "вырождается" в евклидово представление числа.

|  |  |
| --- | --- |
| **Коды золотой *р*-пропорции** | http://www.goldenmuseum.com/1107009.gif  *ai* ** {0, 1} - двоичная цифра *i*-го разряда  http://www.goldenmuseum.com/2017001.gif  *p* = 0, 1, 2, 3, ... |
| ***р* = 0   двоичный код** | http://www.goldenmuseum.com/1107002.gif |
| ***р* = 1   система счисления Бергмана (1957)** | http://www.goldenmuseum.com/1107005.gif  *n* = *n*-1 + *n*-2 |
| ***р* =**** **"унитарный" код ("Представление Евклида")** | http://www.goldenmuseum.com/1010001.gif |

Для выполнения арифметических операций в кодах золотой *р*-пропорции была разработана соответствующая "золотая" арифметика, которая затем была реализована в виде устройств, представленных для патентования. Теория кодов золотой пропорции и "золотой" арифметики изложена в книге "Коды золотой пропорции" (М., 1984)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Наименование  кодовой  комбинации | Веса разрядов | | | | | Представляемое  десятичное  число |
| 5 | 3 | 2 | 1 | 1 |
| A0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| A1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| A2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| A3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 2 |
| A4 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2 |
| A5 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 3 |
| A6 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 3 |
| A7 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 4 |
| A8 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| . . . |  |  |  |  |  |  |
| A17 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 6 |
| A18 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 6 |
| A19 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 7 |
| . . . |  |  |  |  |  |  |
| A28 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 10 |
| A29 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 11 |
| A30 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 11 |
| A31 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 12 |

**Золотое сечение** (**золотая пропорция**, **деление в крайнем и среднем отношении**, [**гармоническое деление**](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%B0%D1%80%D0%BC%D0%BE%D0%BD%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D0%BF%D1%80%D0%BE%D0%BF%D0%BE%D1%80%D1%86%D0%B8%D1%8F)) — [соотношение](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%BE%D0%BE%D1%82%D0%BD%D0%BE%D1%88%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5) двух величин a и b, b > a, когда справедливо b/a = (a+b)/b. Число, равное отношению b/a, обычно обозначается греческой буквой \varphi, реже — греческой буквой \tau. Из исходного равенства нетрудно получить, что число

\varphi=\frac{1+\sqrt5}2

Обратное число

\frac1\varphi=\frac{-1+\sqrt5}2

Отсюда следует, что

\frac1\varphi = \varphi-1.

Число \varphi называется также **золотым числом**.

***Математические свойства.***

\varphi — [иррациональное](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%98%D1%80%D1%80%D0%B0%D1%86%D0%B8%D0%BE%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%BE%D0%B5_%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%BE) [алгебраическое число](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D0%B0%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%BE%D0%B5_%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%BE), положительное решение квадратного уравнения x^2 - x - 1 = 0, откуда, в частности, следуют соотношения:

\varphi^2- \varphi=   1,

\varphi\cdot (\varphi - 1) = 1,

\varphi — представляется через [тригонометрические функции](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D1%80%D0%B8%D0%B3%D0%BE%D0%BD%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F):

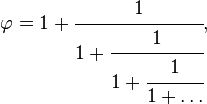
\varphi = 2  \cos \frac{\pi}5 = 2  \cos 36^\circ.

\varphi = 2  \sin (3\pi/10) = 2 \sin 54^\circ. 

\varphi представляется в виде бесконечной цепочки квадратных корней:

\varphi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}}.

\varphi\; представляется в виде бесконечной [цепной дроби](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A6%D0%B5%D0%BF%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%B4%D1%80%D0%BE%D0%B1%D1%8C)



подходящими дробями которой служат отношения последовательных [чисел Фибоначчи](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A7%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B0_%D0%A4%D0%B8%D0%B1%D0%BE%D0%BD%D0%B0%D1%87%D1%87%D0%B8) \frac{F_{n+1}}{F_n}. Таким образом,

\varphi = \lim_{n\to\infty} \frac{F_{n+1}}{F_n}.

Существует обоснование (доказательство), что с помощью «золотого числа» можно представить действительное число A в виде:

n-1 φn-1 + n-2 φn-2 + . . . + 0 φ0 + -1 φ-1 + -2 φ-2 + . . . ,

Такой способ представления действительных чисел впервые был предложен Джорджем Бергманом в 1957 оду и назван им системой счисления с иррациональным основанием типа золотой пропорции.

#### **Система остаточных классов**

(Использованы материалы из Википедии — свободной энциклопедии)

**Система остаточных классов (СОК)** (от [англ.](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BD%D0%B3%D0%BB%D0%B8%D0%B9%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D1%8F%D0%B7%D1%8B%D0%BA) *Residue number system*, другое название **Модулярная арифметика**) — [непозиционная система счисления](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D1%81%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F). Представление числа в системе остаточных классов основано на понятии остатка от деления ([вычета](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%BD%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5_%D0%BF%D0%BE_%D0%BC%D0%BE%D0%B4%D1%83%D0%BB%D1%8E)) и [китайской теореме об остатках](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%B8%D1%82%D0%B0%D0%B9%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D0%BE%D0%B1_%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D0%BA%D0%B0%D1%85). СОК определяется набором [взаимно простых](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D0%B7%D0%B0%D0%B8%D0%BC%D0%BD%D0%BE_%D0%BF%D1%80%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8B%D0%B5_%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B0) *модулей* (m1, m2, …, mn)*,* называемых базисом, с произведением M = m1\*m2\*…\*mn так, что каждому целому числу *x* из отрезка [0, M-1] ставится в соответствие набор остатков (*x*1, *x*2, …, *x*n), где

x_1 \equiv x \pmod{m_1};

x_2 \equiv x \pmod{m_2};

…

x_n \equiv x \pmod{m_n}.

При этом китайская теорема об остатках гарантирует однозначность представления для чисел из отрезка [0, M-1].

**Преимущества СОК**

В СОК арифметические операции (сложение, вычитание, умножение, деление) выполняются покомпонентно, если про результат известно, что он является целочисленным и также лежит в [0, M-1].

Формула для сложения: (x_1, x_2, \dots, x_n) + (y_1, y_2, \dots, y_n) = (z_1, z_2, \dots, z_n), где

z_1 \equiv (x_1 + y_1) \pmod{m_1};

z_2 \equiv (x_2 + y_2) \pmod{m_2};

…

z_n \equiv (x_n + y_n) \pmod{m_n};

Аналогично выполняются вычитание, умножение и деление.

**Недостатки СОК**

1. Возможность представления только ограниченного количества чисел.
2. Отсутствие эффективных алгоритмов для сравнения чисел, представленных в СОК. Сравнение обычно осуществляется через перевод аргументов из СОК в смешанную систему счисления по основаниям (m_1, m_1\cdot m_2, \dots, m_1\cdot m_2\cdot\dots\cdot m_{n-1}).
3. Медленные и требующие работы с большими числами реализации алгоритмов перевода из позиционной системы счисления в СОК и обратно.
4. Сложные алгоритмы деления (для случая, когда результат не является целым)
5. Трудность в обнаружении переполнения

СОК широко ***используется*** в микроэлектронике в специализированных устройствах [ЦОС](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A6%D0%B8%D1%84%D1%80%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D1%8F_%D0%BE%D0%B1%D1%80%D0%B0%D0%B1%D0%BE%D1%82%D0%BA%D0%B0_%D1%81%D0%B8%D0%B3%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%BE%D0%B2), где требуется:

1. контроль за ошибками, за счет введения дополнительных избыточных модулей
2. высокая скорость работы, которую обеспечивает параллельная реализация базовых арифметических операций
3. [информационная безопасность](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%98%D0%BD%D1%84%D0%BE%D1%80%D0%BC%D0%B0%D1%86%D0%B8%D0%BE%D0%BD%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%B1%D0%B5%D0%B7%D0%BE%D0%BF%D0%B0%D1%81%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C)

#### **Логарифмическая форма**

,

где n – основание (например, 2); q – порядок числа; а – основание представления мантиссы; М – мантисса.

Основное достоинство – просто и очень быстро (без ухищрений) выполняются операции умножения и деления. Применяется в специализированных ЭВМ.

#### **Трансформирующаяся запятая**

Число А при вводе в ЭВМ подвергается преобразованию:

, 0<k <1

Тогда:

-k <U <k

Такая форма позволяет имитировать нормальную форму представления в ЭВМ, в которой принята естественная форма.

По данным литературы объем программ, определяющих этот режим работы сокращается примерно в 3 раза. (На скорости это не сказывается. Человеком воспринимается очень трудно).

#### **Инверсная запятая**

Число А при вводе представляется:

, где

, при |A| <1;

,  при 

**Внимание!**

Помимо кратко описанных выше существуют и другие системы счисления (позиционные и непозиционные), которые можно использовать в вычислительной технике.

Ограничимся упоминанием некоторых из них:

**Факториальная** система счисления (смешанная).

**Нега-позиционные** системы счисления (позиционные с отрицательными основаниями).

Системы счисления с **нецелочисленными** и с **комплексными** **основаниями**.

**Биномиальная** система счисления.

Система счисления **Штерна-Брока**.

**. . .**